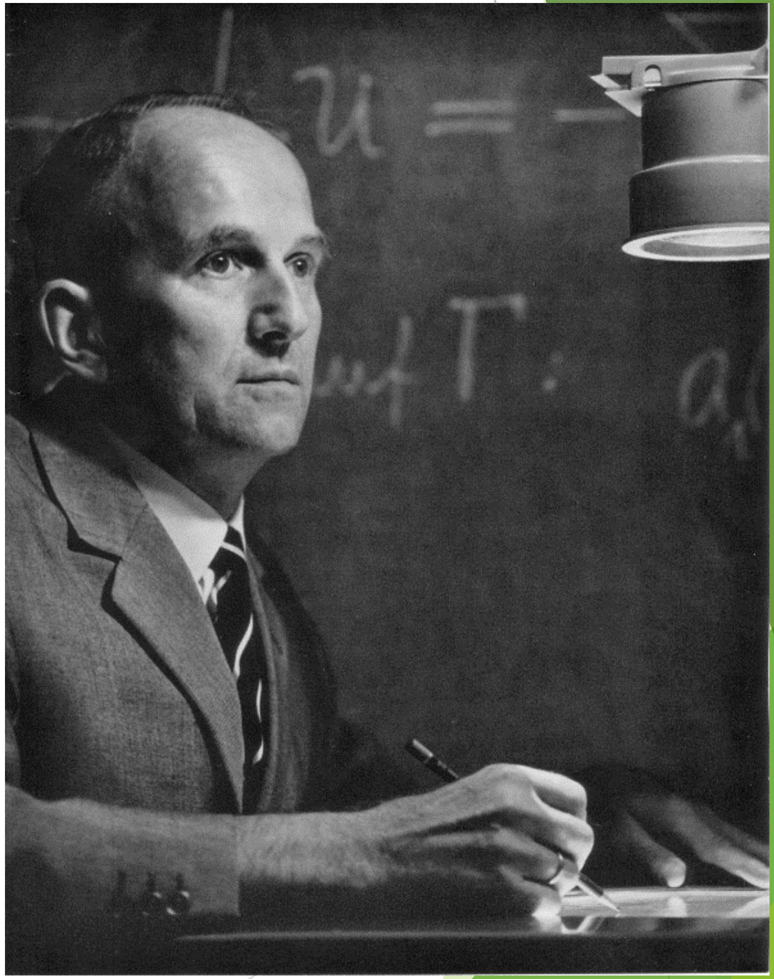
コラッツ予想

SS科学部数学班　2年8組　代表生徒

目次

- １．コラッツ予想とは
- ２．コラッツ予想の例
- ３．研究の動機
- ４．研究１の方法・結果・考察
- ５．研究２の方法・結果・考察
- ６．研究３の方法・結果・考察
- ７．今後の展望
- ８．参考・協力



１．コラッツ予想とは

- コラッツ予想とは、任意の自然数に対して、奇数ならば３をかけて１を足し、偶数ならば２で割るという操作を繰り返すと、有限回の操作で１になるという予想である。
- これは簡単な問題に見えるが、数学的には未解決問題である。

２．コラッツ予想の例

例：元の自然数を３７で始めるとき

３７→１１２→５６→２８→１４→７

→２２→１１→３４→１７→５２→２６

→１３→４０→２０→１０→５→１６

→８→４→２→１

それでは皆さんも好きな数字を選んで計算をしてみてください

コラッツ予想の操作：

任意の自然数に対して

奇数→３×（奇数）＋１

偶数→(偶数）÷２

いかがでしたか？
選んだ数字はすべて1になったと
思います。

３．研究の動機

不思議な性質を持つコラッツ予想に興味を持ち、研究を行った。

４．研究１の方法

マクロを組み立て、コラッツ予想の操作について、操作回数や数字の変化についての調査を行った。

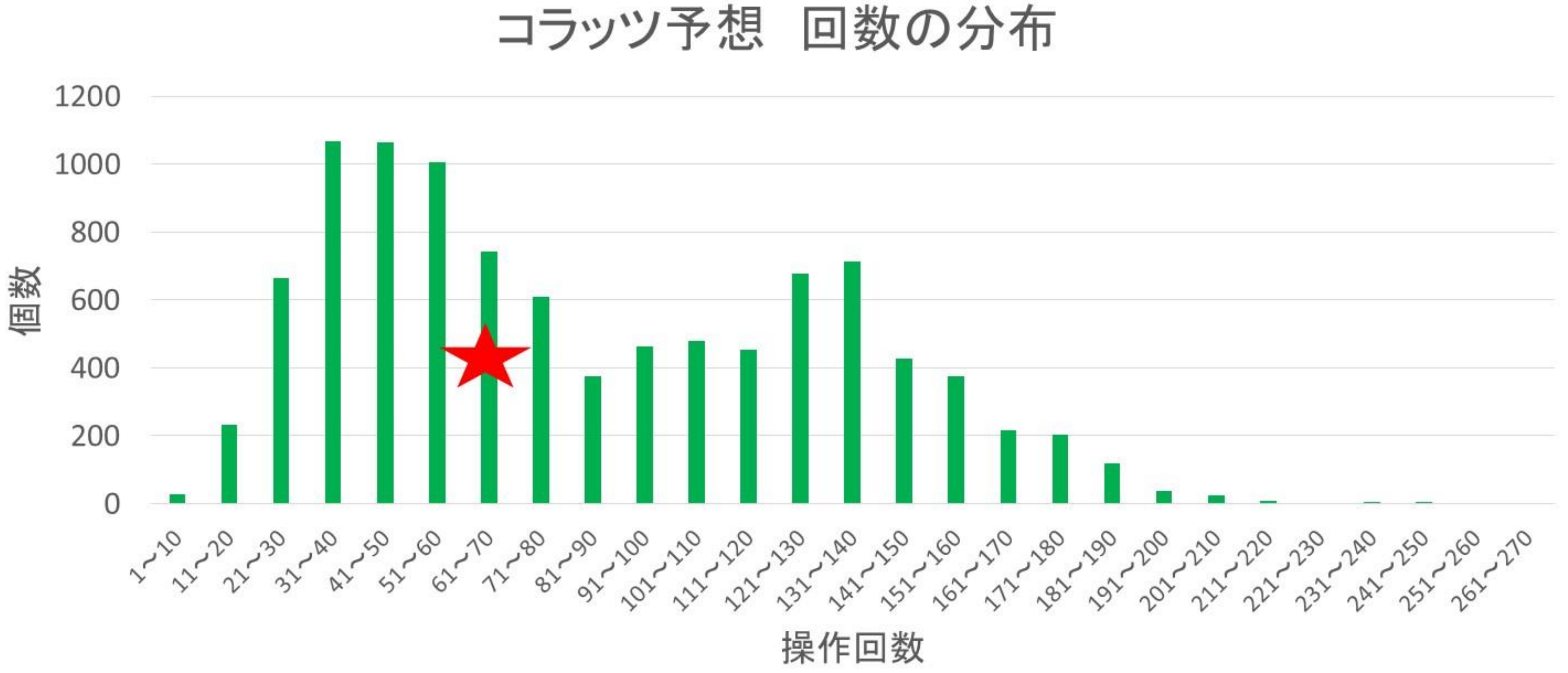
４．研究１の結果

- コラッツ予想の操作は、数字が変化する間に2の累乗の値になれば必ず1になる。「５→16」が、「85→256」となるものや「341→1024」に比べてはるかに多いことが分かった。

コラッツ予想の操作：
任意の自然数に対して
奇数→３×（奇数）＋１
偶数→(偶数）÷２

＜コラッツ予想の回数の分布＞

- グラフから、31回～50回の間で1になるものが多い。
- 回数別でみると、最も多かったのは、62回で、10000個中190個の数字が62回で操作を終了した。



4．研究１の考察

- コラッツ予想の操作で「５→16」で2の累乗の値となることが多い理由
  - 計算過程で５→16となる元の自然数は、
    3、5、6、10、12、13、20、24、26・・・
  - 計算過程で85→256となる元の自然数は、
    85、113、170、226・・・

数字の小さい5の方が、5になるための条件を満たす数が数多く存在するため。

４．研究１の考察

- 「3倍して1を足す」という操作を、
  1から10000までの自然数で調べた。
- 操作回数が極端に大きな場合はなかった。

5．研究２の方法

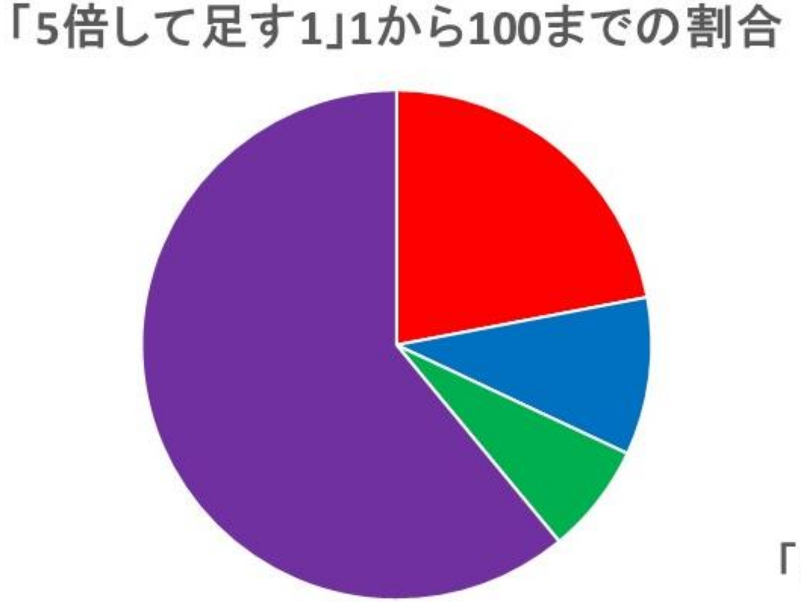
- コラッツ予想の「3倍して1を足す」という操作を、「5倍して1を足す」という操作に変えて、研究した。

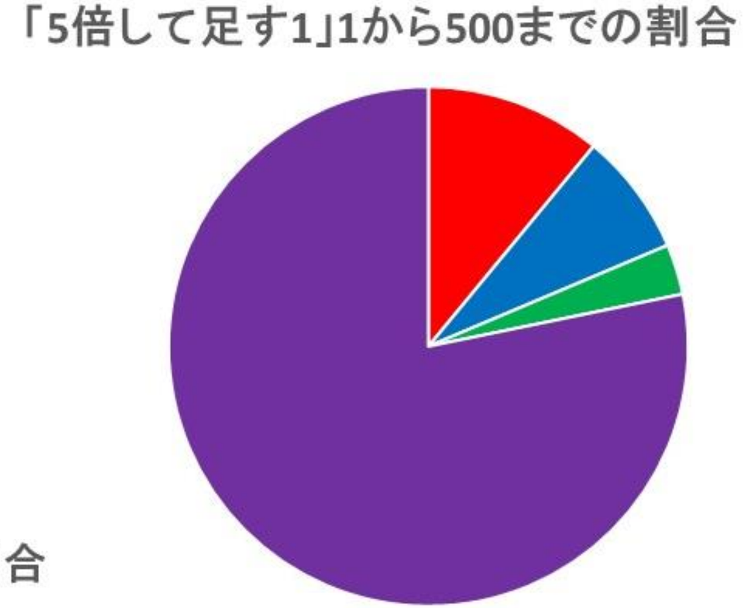
コラッツ予想の操作：
任意の自然数に対して
奇数→３×(奇数)＋１
偶数→(偶数)÷２

⇨

任意の自然数に対して
奇数→５×(奇数)＋１
偶数→(偶数)÷２

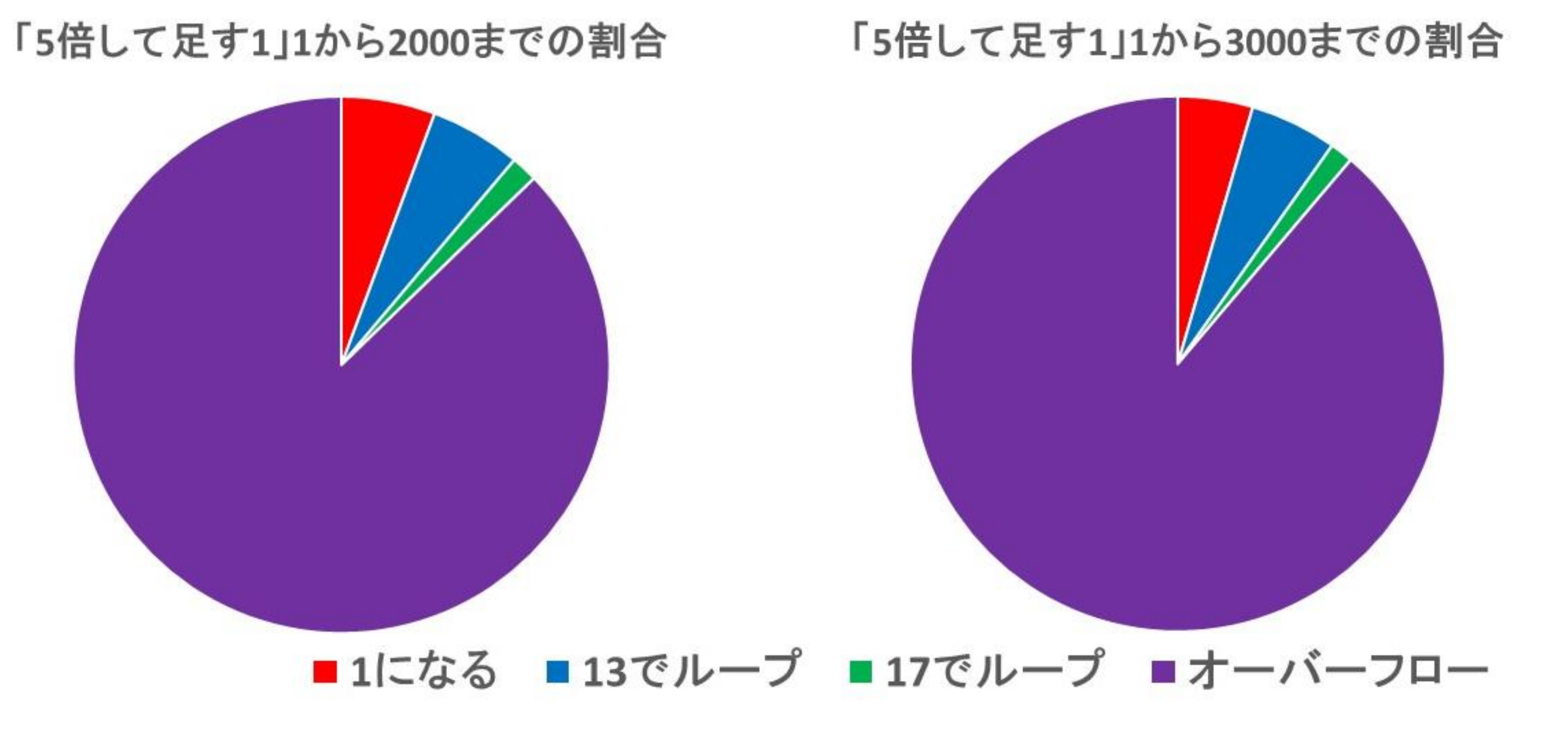
５．研究２の結果①


「5倍して足す1」1から100までの割合


「5倍して足す1」1から500までの割合


「5倍して足す1」1から1000までの割合
1になる
13でループ
17でループ
オーバーフロー

5. 研究2の結果②


「5倍して足す1」1から2000までの割合
「5倍して足す1」1から3000までの割合
1になる
13でループ
17でループ
オーバーフロー

「5倍して1を足す」という操作をすると４タイプに分かれる

＊最終的に「１になるもの」

＊「13でループするもの」

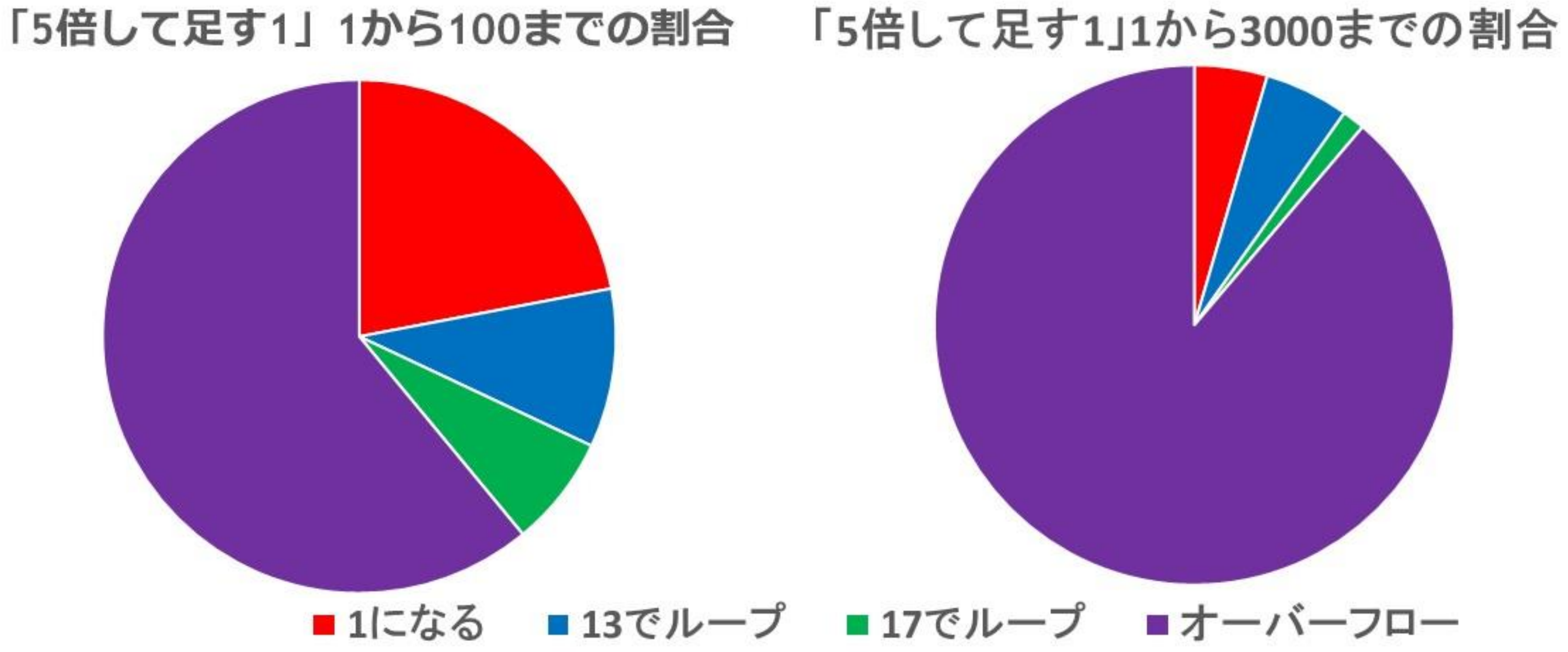
(13→66 →33 →166 →83 →416 →208 →104 →52 →26 →13)

＊「17でループするもの」

(17 →86 →43 →216 →108 →54 →27 →136 →68 →34 →17)

＊「オーバーフローする（計算中で10億を超える）もの」

元の自然数の個数を１～100までから
１～3000まで増やすと、
＊オーバーフローが増える。
＊「13でループするもの」が「１になるもの」
よりも多くなる。



５．研究２の考察

- 「5倍して1を足す」の操作では、「3倍して1を足す」というコラッツ予想の操作と違い、「ループする」という性質が見られ、それは今のところ１３と１７の2種類存在している。

６．研究３の方法

- コラッツ予想の「3倍して1を足す」という操作を、「7倍して1を足す」という操作に変えて、同様に研究を行った。

コラッツ予想の操作：
任意の自然数に対して
奇数→３×（奇数）＋１
偶数→(偶数）÷２

⇒

任意の自然数に対して
奇数→７×（奇数）＋１
偶数→(偶数）÷２

６．研究３の結果

- 調べた数字の大部分はオーバーフロー（10億を超える事）した。
- オーバーフローしなかった数字は、

１～20000で調べるとすべて1になった。

６．研究３の考察

- 「7倍して1を足す」という操作では、ループするものは見つかっていない。

7．今後の展望

- 今回は、コラッツ予想の操作の回数に主眼をおいて研究をした。コラッツ予想の場合と、「7倍して1を足す」場合は、ループが起こらないが、「5倍して1を足す」場合ではループが多く現れる。この性質について考察を深めたい。

10億に達した数まで調べたが、循環は13，17でしか発見できていない。

「5倍して1を足す」「7倍して1を足す」という操作で現れた「オーバーフロー」は、実際はこの後にも数が続いている。計算を続けると、13，17以外にも、10億以上の大きな数でループするものが見つかる可能性があり、今後それを調査していきたい。

８．参考文献・協力

- ・参考文献：マスフェスタ資料
- ・協力：マクロ製作　2年8組　代表生徒

- ご清聴ありがとうございました